

ANALIZA II - UNI

Teoretični del izpita

30. 6. 2006

1.
 - Kaj je polarni zapis števila $z \in \mathbb{C}$? Zapišite števili $z = -2$ in $z = -\sqrt{3}i$ v polarnem zapisu.
 - Zapišite de Moivrovo pravilo za potenciranje kompleksnih števil v polarnem zapisu.
 - Narišite območje $D = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq \operatorname{Re} z\}$ in ga opišite v polarnem koordinatnem sistemu.
 - Narišite sliki območja D s preslikavama $f(z) = z^2$ in $f(z) = z^3$.

2.
 - Funkcija $f(x)$ je vsota potenčne vrste $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x+2)^n$ s konvergenčnim polmerom $R = 4$. Kaj lahko poveste o njenem definicijskem območju? Ali je vrednost $f(4)$ definirana? Kaj pa vrednost $f(0)$?
 - Kaj lahko poveste o odvedljivosti funkcije $f(x)$ (poskusite odgovoriti natančno!)? Aapišite, kako se izraža odvod $f'(x)$, če obstaja.
 - Ali lahko določite funkcijo $f(x)$, če veste, da velja naslednja zveza med koeficienti: $na_n = a_{n-1}$ za vsak n .

- 3.
- Pri kakšnih pogojih ima parametrizirana krivulja $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$ v točki $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(t_0)$ tangento?
 - Zapišite smerni vektor tangente in pa enačbo tangente v parametrični obliki.
 - Na krivulji $\mathbf{r}(t) = (t^2 - 1, \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2)$ poiščite točke, kjer
 - tangenta ne obstaja,
 - je tangenta vodoravna,
 - je tangenta vzporedna vektorju $(1, 2)$.
 - Krivuljo približno narišite.

4. Naj bo $f(x, y)$ diferenciable funkcija.

- Zapišite definicijo vektorja $(\text{grad } f)(a, b)$?
- Kaj lahko poveste o vektorju $(\text{grad } f)(a, b)$, če točka (a, b) ni stacionarna točka funkcije f ?
- In kaj, če je (a, b) stacionarna točka funkcije f ?
- Poiščite vse stacionarne točke funkcije $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + y^2/2$.